

Himpunan Fuzzy

Sistem Pakar
Program Studi : S1 sistem Informasi

Outline

- ▶ Himpunan CRISP
- ▶ Himpunan Fuzzy



Himpunan CRISP

- ▶ Pada himpunan tegas (*crisp*), nilai keanggotaan suatu item x dalam suatu himpunan A , yang sering ditulis dengan $\mu_A[x]$, memiliki 2 kemungkinan, yaitu:
 - ▶ satu (1), yang berarti bahwa suatu item menjadi anggota dalam suatu himpunan, atau
 - ▶ nol (0), yang berarti bahwa suatu item tidak menjadi anggota dalam suatu himpunan.



Contoh CRISP : Himpunan

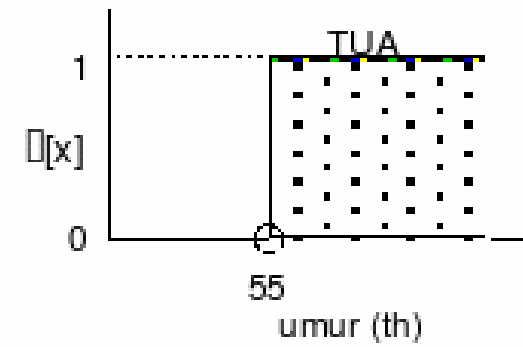
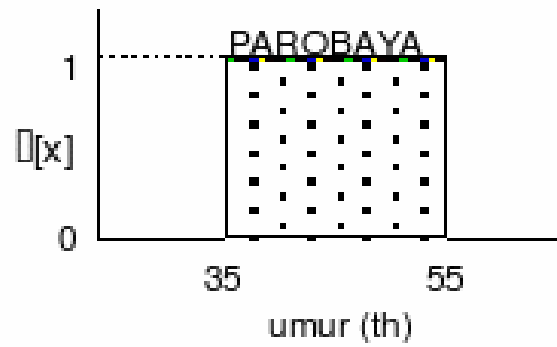
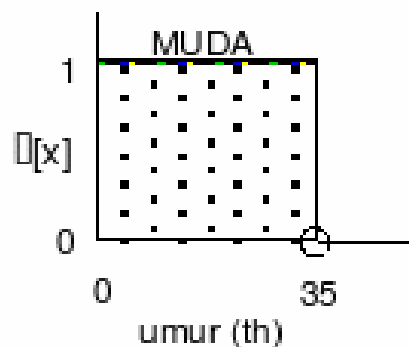
Jika diketahui:

- ▶ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ adalah semesta pembicaraan.
- ▶ $A = \{1, 2, 3\}$
- ▶ $B = \{3, 4, 5\}$
- ▶ Bisa dikatakan bahwa:
 - ▶ Nilai keanggotaan 2 pada himpunan A, $\mu_A[2]=1$, karena $2 \in A$.
 - ▶ Nilai keanggotaan 3 pada himpunan A, $\mu_A[3]=1$, karena $3 \in A$.
 - ▶ Nilai keanggotaan 4 pada himpunan A, $\mu_A[4]=0$, karena $4 \notin A$.
 - ▶ Nilai keanggotaan 2 pada himpunan B, $\mu_B[2]=0$, karena $2 \notin B$.
 - ▶ Nilai keanggotaan 3 pada himpunan B, $\mu_B[3]=1$, karena $3 \in B$.



Contoh CRISP : Umur

- ▶ Misalkan variabel umur dibagi menjadi 3 kategori, yaitu:
 - ▶ MUDA umur < 35 tahun
 - ▶ PAROBAYA $35 \leq \text{umur} \leq 55$ tahun
 - ▶ TUA umur > 55 tahun
- ▶ Nilai keanggotaan secara grafis, himpunan MUDA, PAROBAYA dan TUA ini dapat dilihat pada Gambar



Contoh CRISP : Umur

- ▶ apabila seseorang berusia 34 tahun, maka ia dikatakan MUDA ($\mu_{\text{MUDA}}[34]=1$);
- ▶ apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan TIDAK MUDA ($\mu_{\text{MUDA}}[35]=0$);
- ▶ apabila seseorang berusia 35 tahun kurang 1 hari, maka ia dikatakan TIDAK MUDA ($\mu_{\text{MUDA}}[35 \text{ th} - 1 \text{ hr}]=0$);
- ▶ apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan PAROBAYA ($\mu_{\text{PAROBAYA}}[35]=1$);
- ▶ apabila seseorang berusia 34 tahun, maka ia dikatakan TIDAK PAROBAYA ($\mu_{\text{PAROBAYA}}[34]=0$);
- ▶ apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan PAROBAYA ($\mu_{\text{PAROBAYA}}[35]=1$);
- ▶ apabila seseorang berusia 35 tahun kurang 1 hari, maka ia dikatakan TIDAK PAROBAYA ($\mu_{\text{PAROBAYA}}[35 \text{ th} - 1 \text{ hr}]=0$);



Kesimpulan : CRISP

- ▶ Apabila x memiliki nilai keanggotaan fuzzy $\mu_A[x]=0$ berarti x tidak menjadi anggota himpunan A , demikian pula apabila x memiliki nilai keanggotaan fuzzy $\mu_A[x]=1$ berarti x menjadi anggota penuh pada himpunan A .
- ▶ Dari 2 contoh di atas dapat disimpulkan bahwa pemakaian himpunan *crisp* untuk menyatakan umur sangat tidak adil, adanya perubahan kecil saja pada suatu nilai mengakibatkan perbedaan kategori yang cukup signifikan.

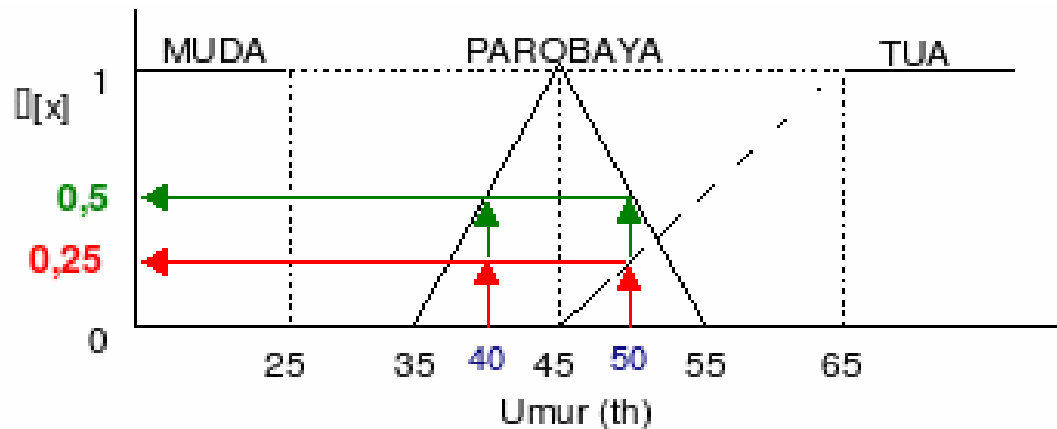


HIMPUNAN FUZZY

- ▶ Himpunan fuzzy digunakan untuk mengantisipasi kelemahan dari himpunan crisp.
- ▶ Seseorang dapat masuk dalam 2 himpunan yang berbeda, MUDA dan PAROBAYA, PAROBAYA dan TUA, dsb.
- ▶ Seberapa besar eksistensinya dalam himpunan tersebut dapat dilihat pada nilai keanggotaannya.



Himpunan fuzzy untuk variabel umur



- ▶ Seseorang yang berumur 40 tahun, termasuk dalam himpunan MUDA dengan $\mu_{\text{MUDA}}[40]=0,25$; namun dia juga termasuk dalam himpunan PAROBAYA dengan $\mu_{\text{PAROBAYA}}[40]=0,5$.
- ▶ Seseorang yang berumur 50 tahun, termasuk dalam himpunan TUA dengan $\mu_{\text{TUA}}[50]=0,25$; namun dia juga termasuk dalam himpunan PAROBAYA dengan $\mu_{\text{PAROBAYA}}[50]=0,5$.



Nilai Keanggotaan Fuzzy

- ▶ Pada himpunan fuzzy nilai keanggotaan terletak pada rentang 0 sampai 1.
- ▶ Persamaan dengan probabilitas :
 - ▶ Keduanya memiliki nilai pada interval $[0,1]$, namun interpretasi nilainya sangat berbeda antara kedua kasus tersebut.
- ▶ Perbedaan dengan probabilitas :
 - ▶ Keanggotaan fuzzy memberikan suatu ukuran terhadap pendapat atau keputusan, sedangkan probabilitas mengindikasikan proporsi terhadap keseringan suatu hasil bernilai benar dalam jangka panjang.
 - ▶ Misalnya, jika nilai keanggotaan suatu himpunan fuzzy MUDA adalah 0,9; maka tidak perlu dipermasalahkan berapa seringnya nilai itu diulang secara individual untuk mengharapkan suatu hasil yang hampir pasti muda.
 - ▶ Di lain pihak, nilai probabilitas 0,9 muda berarti 10% dari himpunan tersebut diharapkan tidak muda.



Variabel fuzzy

- ▶ Variabel fuzzy merupakan variabel yang hendak dibahas dalam suatu sistem fuzzy.
- ▶ Biasanya ditulis dengan huruf kecil.
- ▶ Contoh:
 - ▶ umur,
 - ▶ temperatur,
 - ▶ permintaan,
 - ▶ dsb.



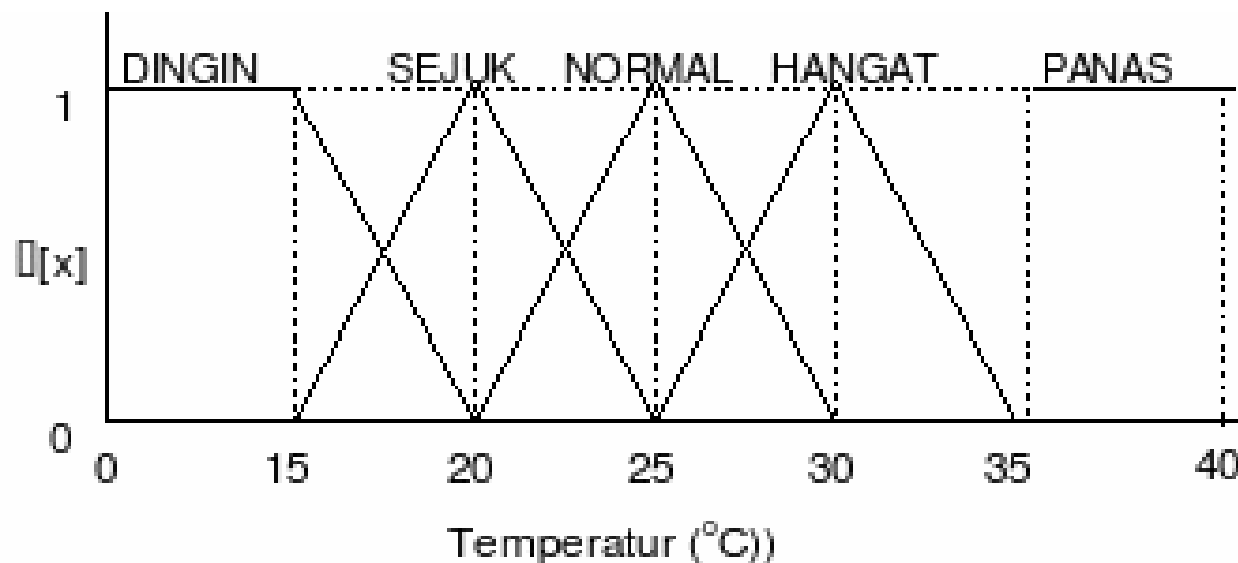
Himpunan fuzzy

- ▶ Himpunan fuzzy merupakan suatu grup yang mewakili suatu kondisi atau keadaan tertentu dalam suatu variabel fuzzy.
- ▶ Atribut Himpunan Fuzzy :
 - ▶ **Linguistik**
 - ▶ Linguistik yaitu penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami.
 - ▶ Biasanya ditulis dengan huruf besar.
 - ▶ Contoh : MUDA, PAROBAYA, TUA
 - ▶ **Numeris**
 - ▶ Numeris yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variable
 - ▶ Contoh : 40, 25, 50, dsb.



Himpunan fuzzy pada variabel temperatur

- ▶ Variabel temperatur, terbagi menjadi 5 himpunan fuzzy, yaitu: DINGIN, SEJUK, NORMAL, HANGAT, dan PANAS



Semesta Pembicaraan

- ▶ Semesta pembicaraan adalah keseluruhan nilai yang diperbolehkan untuk dioperasikan dalam suatu variabel fuzzy.
- ▶ Semesta pembicaraan merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan.
- ▶ Nilai semesta pembicaraan dapat berupa bilangan positif maupun negatif.
- ▶ Adakalanya nilai semesta pembicaraan ini tidak dibatasi batas atasnya.
- ▶ Contoh :
 - ▶ Semesta pembicaraan untuk variabel umur: $[0 + \infty)$
 - ▶ Semesta pembicaraan untuk variabel temperatur: $[0 40]$



Domain himpunan fuzzy

- ▶ Domain himpunan fuzzy adalah keseluruhan nilai yang diijinkan dalam semesta pembicaraan dan boleh dioperasikan dalam suatu himpunan fuzzy.
- ▶ Seperti halnya semesta pembicaraan, domain merupakan himpunan bilangan real yang senantiasa naik (bertambah) secara monoton dari kiri ke kanan.
- ▶ Nilai domain dapat berupa bilangan positif maupun negatif.



Contoh domain himpunan fuzzy

- ▶ MUDA = [0 45]
- ▶ PABOBAYA = [35 55]
- ▶ TUA = [45 +∞]
- ▶ DINGIN = [0 20]
- ▶ SEJUK = [15 25]
- ▶ NORMAL = [20 30]
- ▶ HANGAT = [25 35]
- ▶ PANAS = [30 40]



FUNGSI KEANGGOTAAN

- ▶ Fungsi Keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya (sering juga disebut dengan derajat keanggotaan) yang memiliki interval antara 0 sampai 1.
 - ▶ Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi.
 - ▶ Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan, yaitu :
 - ▶ Representasi Linear
 - ▶ Representasi Kurva Segitiga
 - ▶ Representasi Kurva Trapesium
 - ▶ Representasi Kurva Bentuk Bahu
 - ▶ Representasi Kurva-S
-

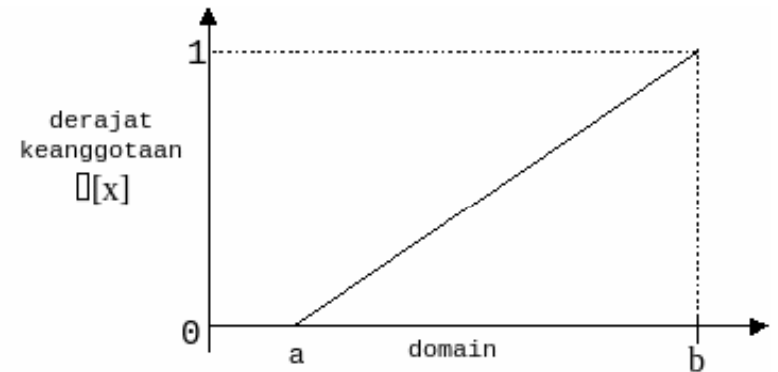
Representasi Linier

- ▶ Pada representasi linear, pemetaan input ke derajat keanggotannya digambarkan sebagai suatu garis lurus.
- ▶ Bentuk ini paling sederhana dan menjadi pilihan yang baik untuk mendekati suatu konsep yang kurang jelas.
- ▶ Ada 2 keadaan himpunan fuzzy yang linear, yaitu :
 - ▶ **Representasi Linear Naik**
 - ▶ **Representasi Linear Turun**



Representasi Linear Naik

- ▶ Kenaikan himpunan dimulai pada nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan nol [0] bergerak ke kanan menuju ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih tinggi
- ▶ Fungsi Keanggotaan:

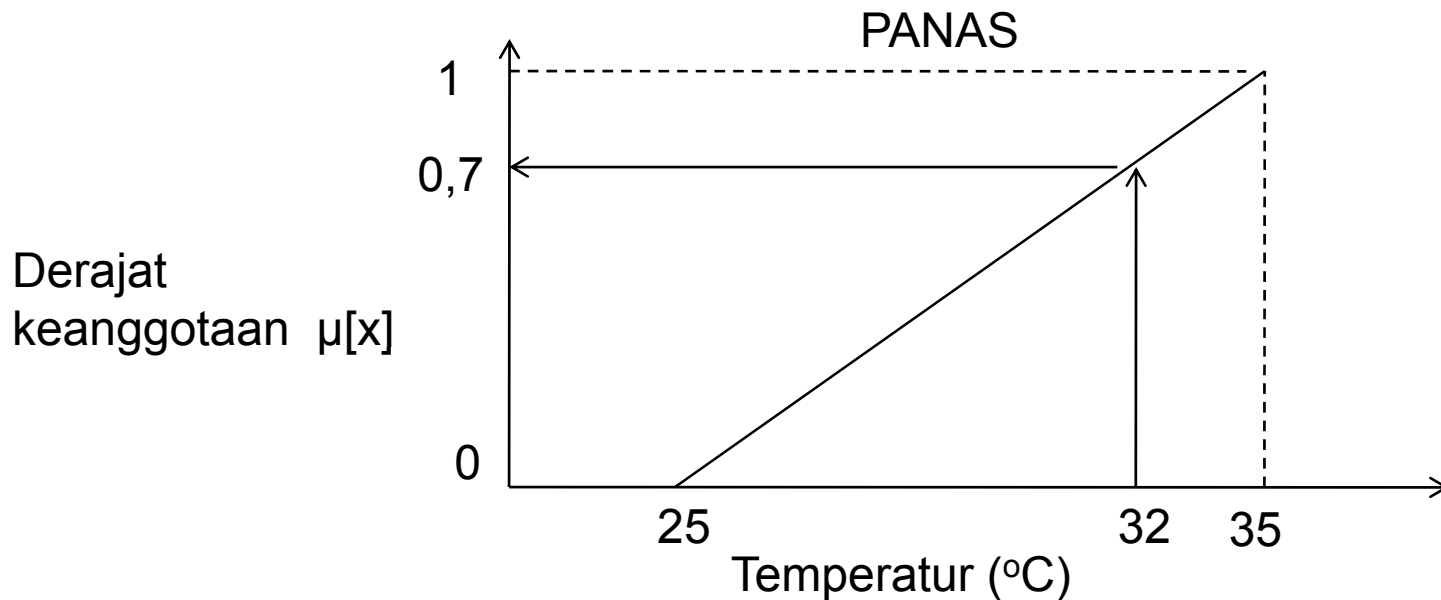


$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \\ (x - a) / (b - a); & a \leq x \leq b \\ 1; & x \geq b \end{cases}$$



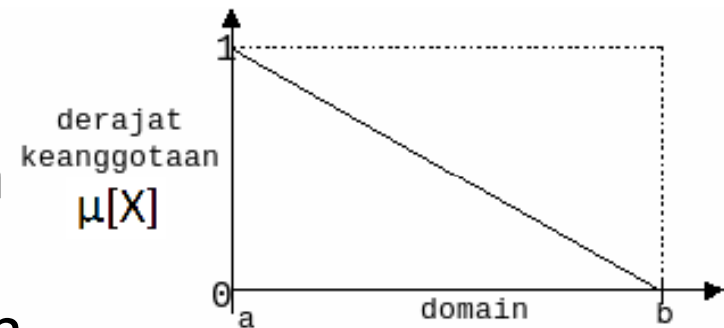
Contoh

- ▶ Fungsi keanggotaan PANAS pada variabel temperatur ruangan seperti pd gambar.
- ▶ $\mu_{\text{panas}}[32] = (32-25)/(35-25) = 7/10=0,7$



Representasi Linear Turun

- ▶ Garis lurus dimulai dari nilai domain dengan derajat keanggotaan tertinggi pada sisi kiri, kemudian bergerak menurun ke nilai domain yang memiliki derajat keanggotaan lebih rendah
- ▶ Fungsi Keanggotaan

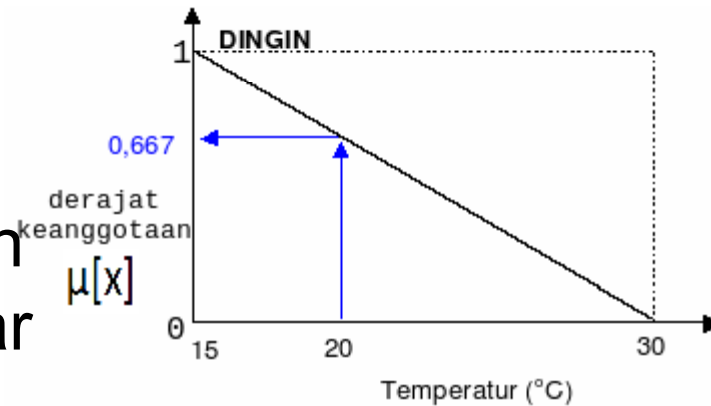


$$\mu[x] = \begin{cases} (b-x)/(b-a); & a \leq x \leq b \\ 0; & x \geq b \end{cases}$$



Contoh Representasi Turun

- ▶ Fungsi keanggotaan untuk himpunan DINGIN pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar

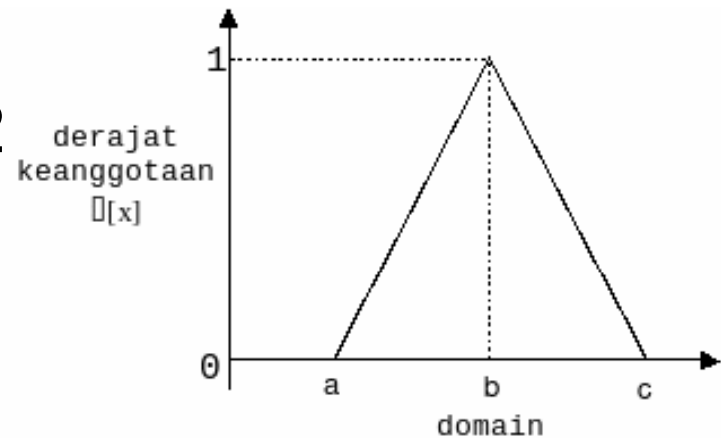


$$\begin{aligned}\mu_{\text{DINGIN}}[20] &= (30-20)/(30-15) \\ &= 10/15 = 0,667\end{aligned}$$



Representasi Kurva Segitiga

- ▶ Kurva Segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 garis (linear) seperti terlihat pada Gambar
- ▶ Fungsi Keanggotaan :



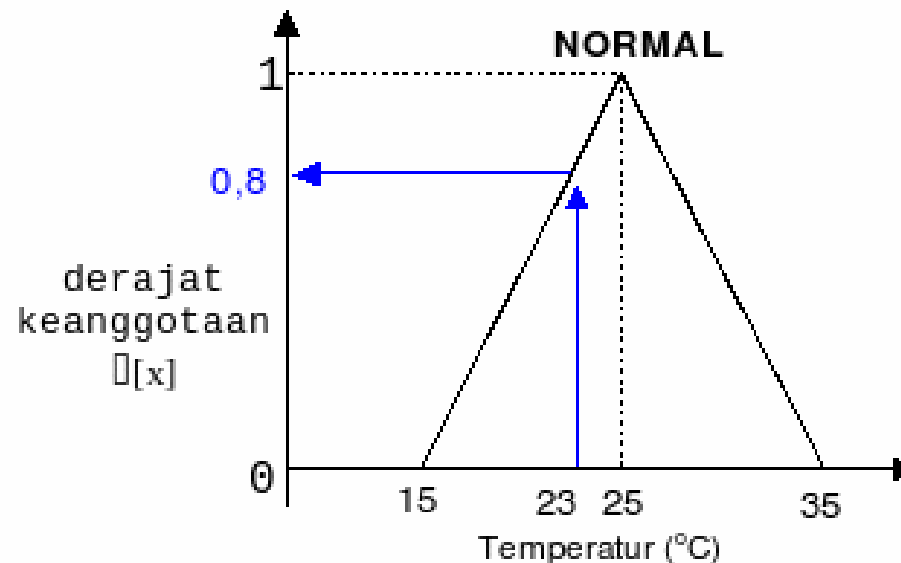
$$\mu[x] = \begin{cases} 0; & x \leq a \text{ OR } x \geq c \\ (x - a) / (b - a); & a \leq x \leq b \\ (c - x) / (c - b); & b \leq x \leq c \end{cases}$$



Contoh Representasi Kurva Segitiga

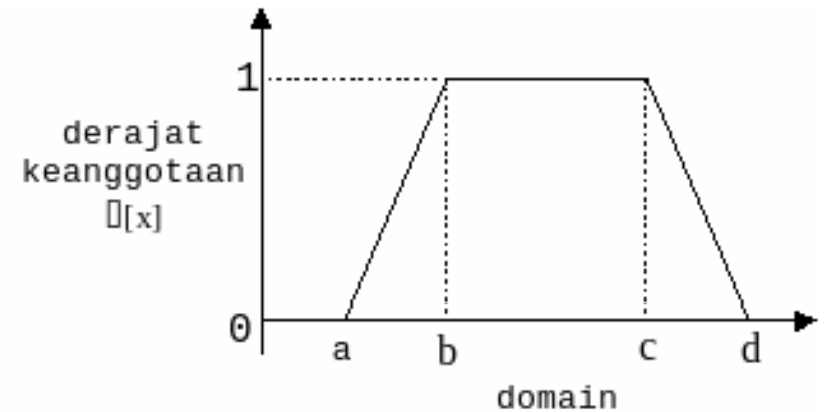
- ▶ Fungsi keanggotaan untuk himpunan NORMAL pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar

$$\begin{aligned}\mu_{\text{NORMAL}}[23] &= (23-15)/(25-15) \\ &= 8/10 = 0,8\end{aligned}$$



Representasi Kurva Trapesium

- ▶ Kurva Segitiga pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1
- ▶ **Fungsi Keanggotaan :**



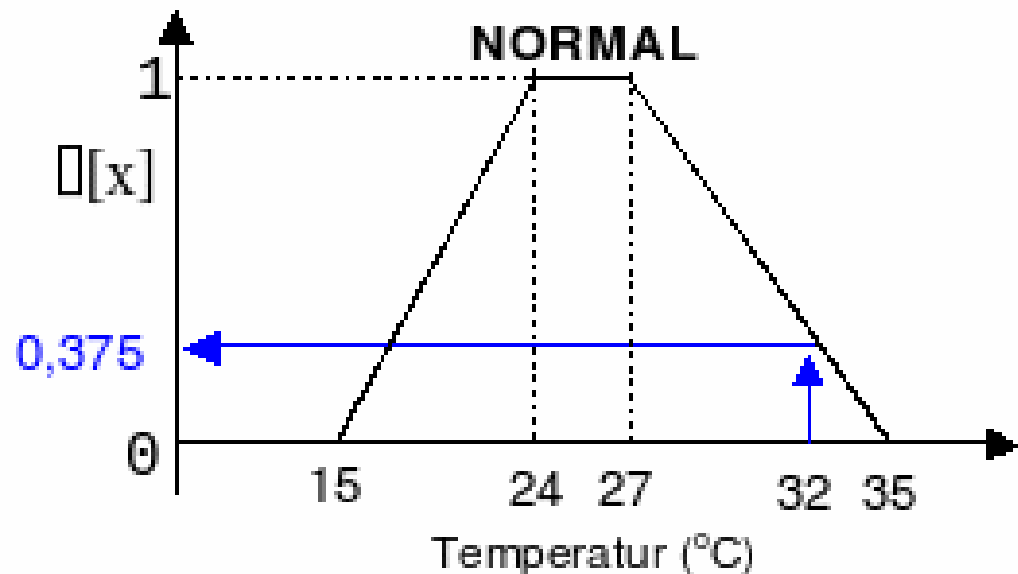
$$\mu[x] = \begin{cases} 0; x \leq a, \text{ OR } x \geq d \\ (x - a) / (b - a); a \leq x \leq b \\ 1; b \leq x \leq c \\ (d - x) / (d - c); x \geq d \end{cases}$$



Contoh Referensi Kurva Trapesium

- ▶ Fungsi keanggotaan untuk himpunan NORMAL pada variabel temperatur ruangan seperti terlihat pada Gambar

$$\begin{aligned}\mu_{\text{NORMAL}}[32] &= (35-32)/(35-27) \\ &= 3/8 = 0,375\end{aligned}$$

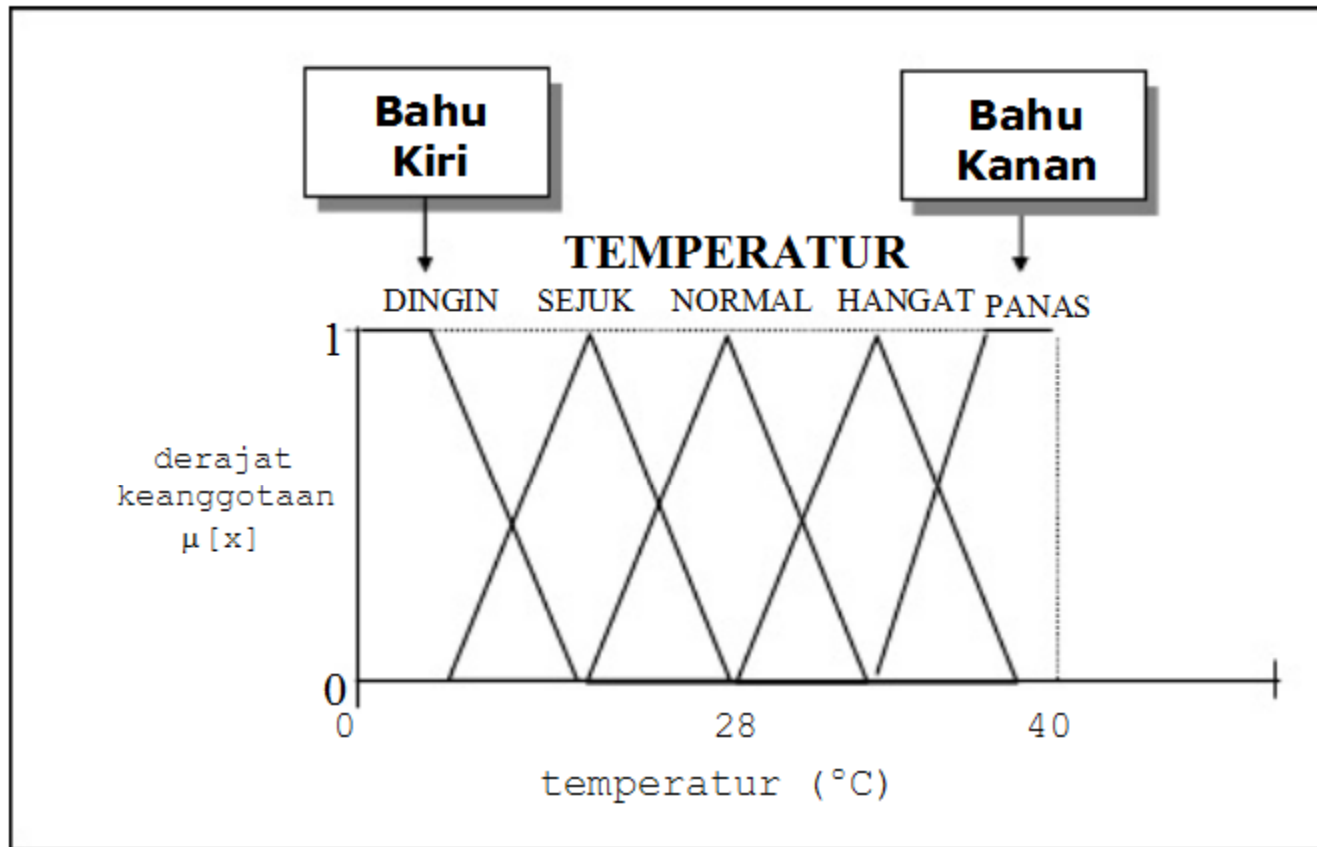


Representasi Kurva Bentuk Bahu

- ▶ Daerah yang terletak di tengah-tengah suatu variabel yang direpresentasikan dalam bentuk segitiga, pada sisi kanan dan kirinya akan naik dan turun (misalkan: DINGIN bergerak ke SEJUK bergerak ke HANGAT dan bergerak ke PANAS).
- ▶ Tetapi terkadang salah satu sisi dari variabel tersebut tidak mengalami perubahan. Sebagai contoh, apabila telah mencapai kondisi PANAS, kenaikan temperatur akan tetap berada pada kondisi PANAS.
- ▶ Himpunan fuzzy 'bahu', bukan segitiga, digunakan untuk mengakhiri variabel suatu daerah fuzzy.
- ▶ Bahu kiri bergerak dari benar ke salah, demikian juga bahu kanan bergerak dari salah ke benar. Gambar menunjukkan variabel TEMPERATUR dengan daerah bahunya.



Daerah 'bahu' pd variabel TEMPERATUR



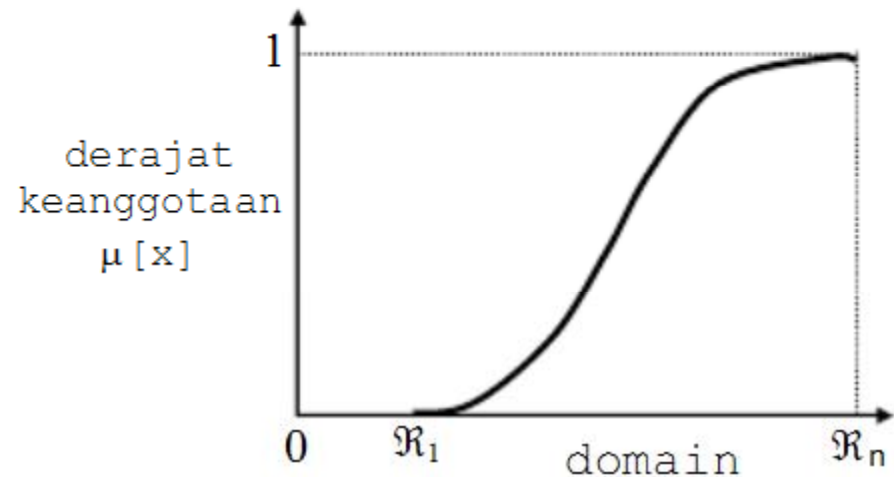
Representasi Kurva-S

- ▶ Kurva PERTUMBUHAN dan PENYUSUTAN merupakan kurva-S atau *sigmoid* yang berhubungan dengan kenaikan dan penurunan permukaan secara tak linear.
- ▶ Kurva-S didefinisikan dengan menggunakan 3 parameter, yaitu: nilai keanggotaan nol (0), nilai keanggotaan lengkap (1), dan titik infleksi atau crossover (0) yaitu titik yang memiliki domain 50% benar
- ▶ Ada 2 keadaan himpunan fuzzy yg tak linear,yaitu :
 - ▶ Kurva Pertumbuhan
 - ▶ Kurva Penyusutan



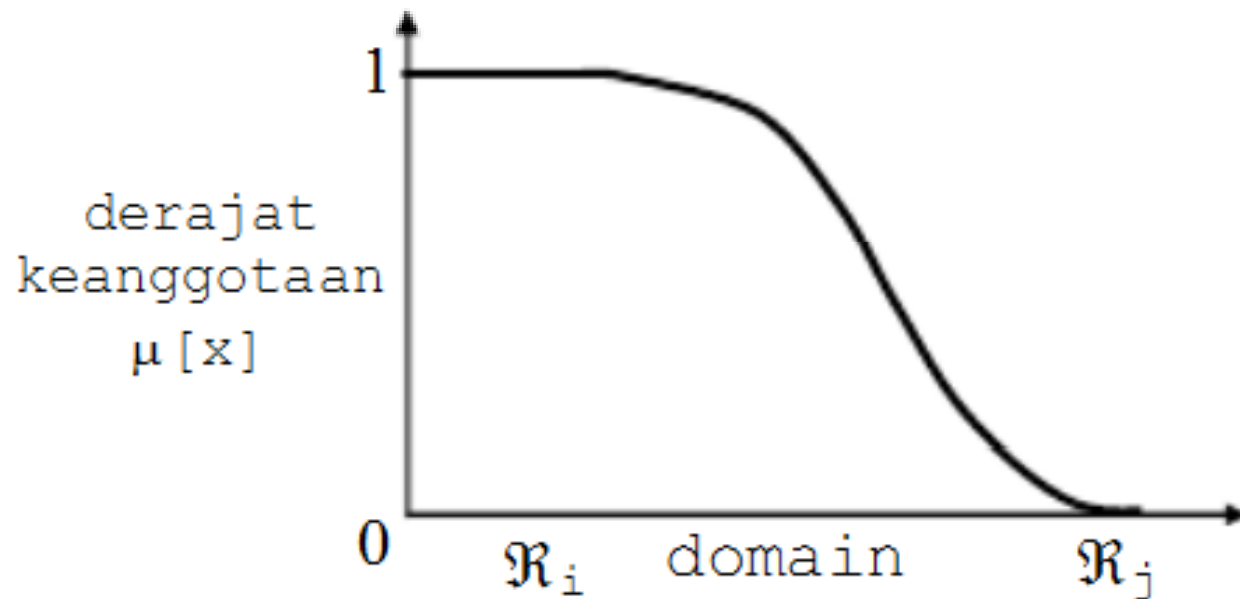
Kurva Pertumbuhan

- ▶ Kurva-S untuk PERTUMBUHAN akan bergerak dari sisi paling kiri (nilai keanggotaan = 0) ke sisi paling kanan (nilai keanggotaan = 1).
- ▶ Fungsi keanggotaannya akan tertumpu pada 50% nilai keanggotaannya yang sering disebut dengan titik infleksi
 - ▶ **Fungsi keanggotaan** pada kurva PERTUMBUHAN adalah:



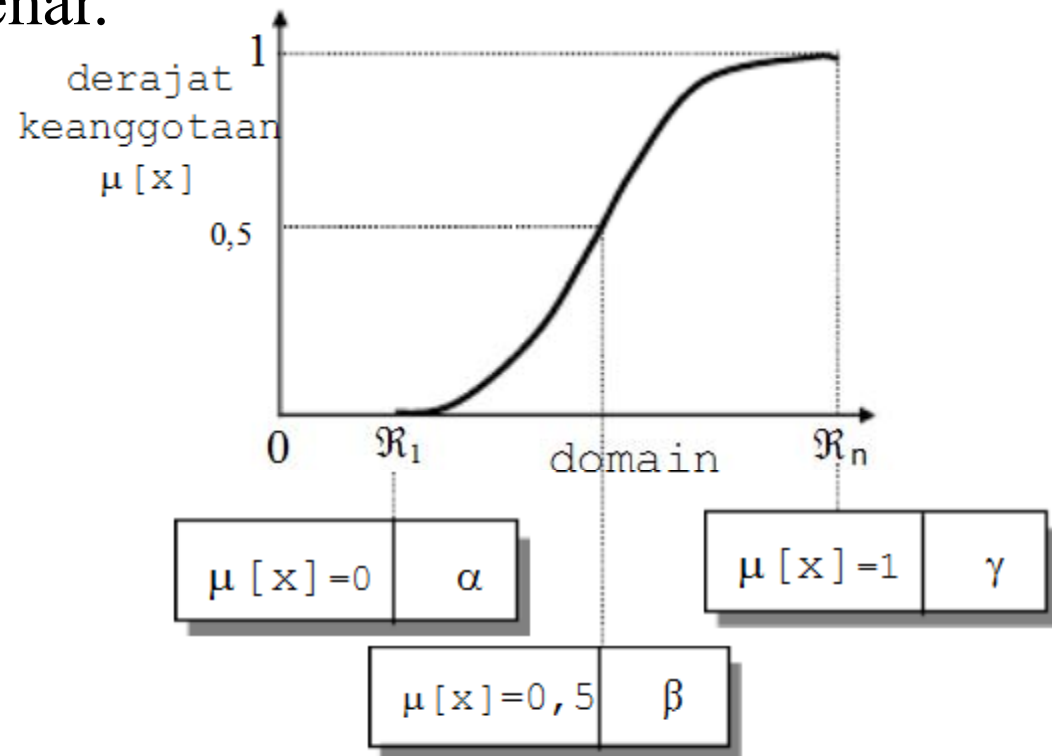
Kurva Penyusutan

- ▶ Kurva-S untuk PENYUSUTAN akan bergerak dari sisi paling kanan (nilai keanggotaan=1) ke sisi paling kiri (nilai keanggotaan=0) seperti pada gambar.



Parameter Kurva-S

- ▶ Kurva-S menggunakan 3 parameter, yaitu: nilai keanggotaan nol (α), nilai keanggotaan lengkap (γ), dan titik infleksi atau crossover (β) yaitu titik yang memiliki domain 50% benar.



Fungsi Keanggotaan kurva-s

PERTUMBUHAN

$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0 \rightarrow x \leq \alpha \\ 2((x - \alpha) / (\gamma - \alpha))^2 \rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \\ 1 - 2((\gamma - x) / (\gamma - \alpha))^2 \rightarrow \beta \leq x \leq \gamma \\ 1 \rightarrow x \geq \gamma \end{cases}$$

PENYUSUTAN

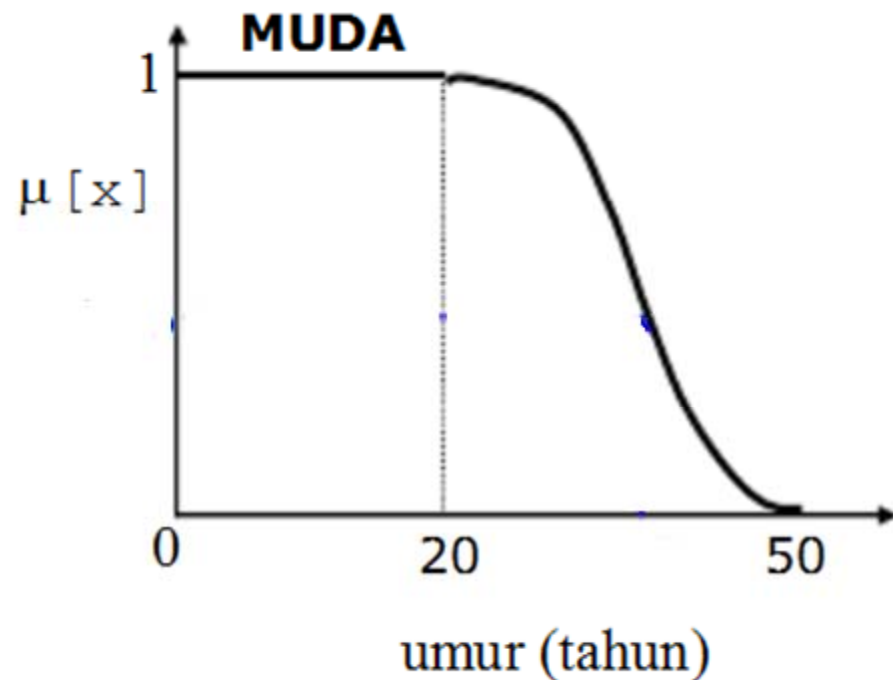
$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 1 \rightarrow x \leq \alpha \\ 1 - 2((x - \alpha) / (\gamma - \alpha))^2 \rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \\ 2((x - \alpha) / (\gamma - \alpha))^2 \rightarrow \beta \leq x \leq \gamma \\ 0 \rightarrow x \geq \gamma \end{cases}$$



Contoh Kurva PENYUSUTAN

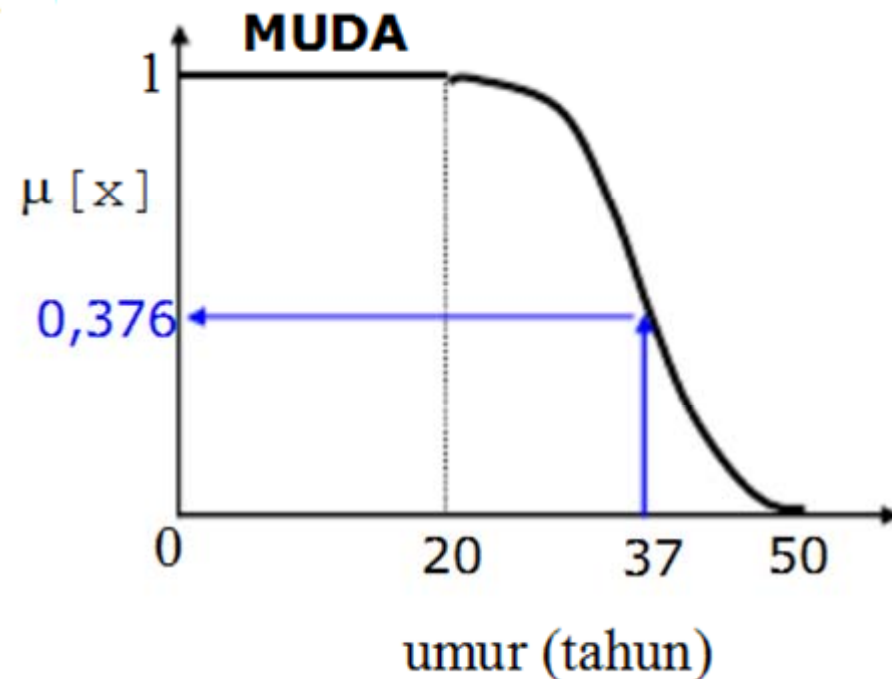
- ▶ Fungsi keanggotaan untuk himpunan MUDA pada variabel umur $\mu[37]$ sbb:

$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 1 \rightarrow x \leq \alpha \\ 1 - 2((x - \alpha) / (\gamma - \alpha))^2 \rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \\ 2((x - \alpha) / (\gamma - \alpha))^2 \rightarrow \beta \leq x \leq \gamma \\ 0 \rightarrow x \geq \gamma \end{cases}$$



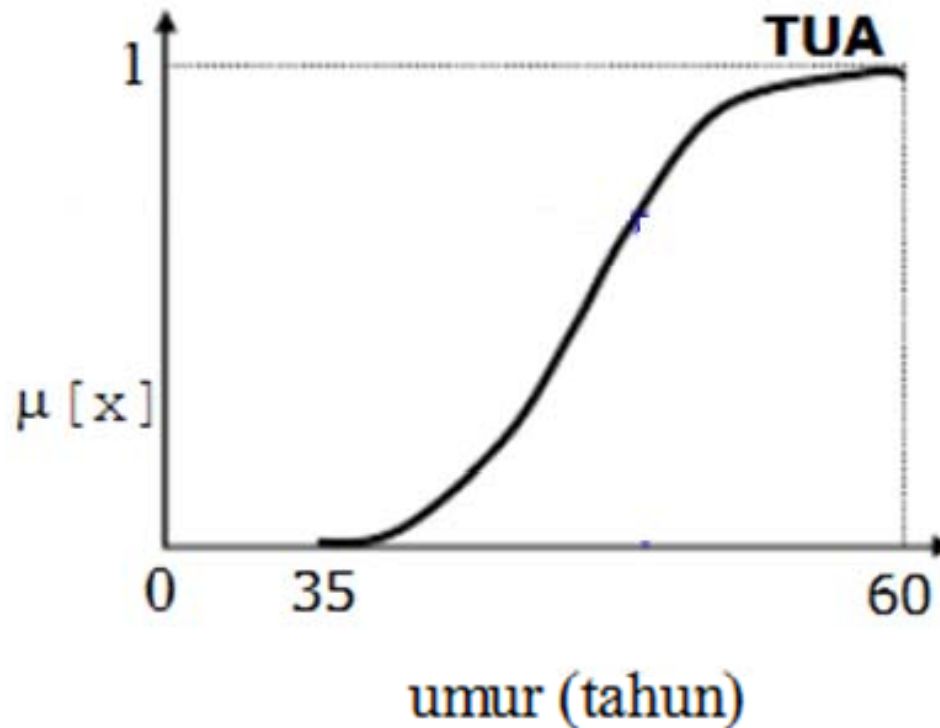
Contoh Kurva PENYUSUTAN

- ▶ Fungsi keanggotaan untuk himpunan MUDA pada variabel umur sbb:
- ▶ $\mu[37] = 2((50-37)/(50-20))^2$
- ▶ $\mu[37] = 2(13/30) = 0,376$



Contoh Kurva Pertumbuhan

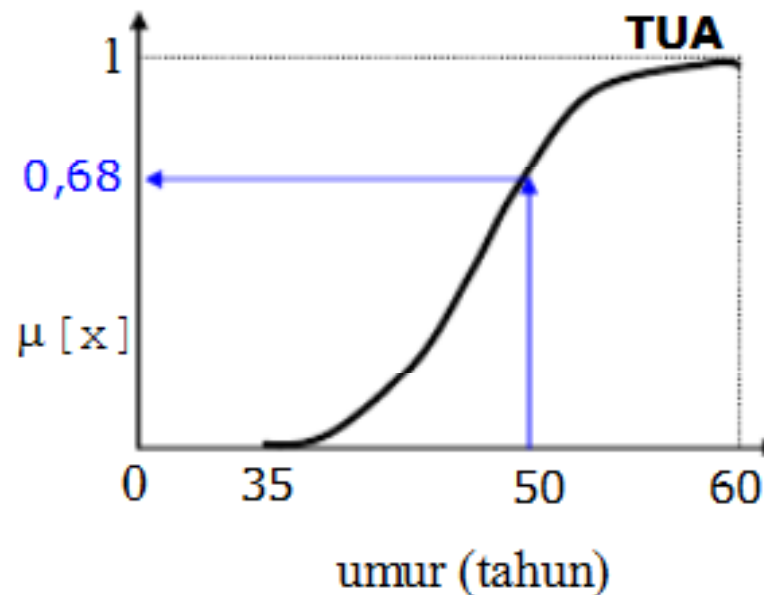
- ▶ Fungsi keanggotaan himpunan TUA pada variabel umur seperti pada gambar. Dari gambar tersebut, berapa $\mu[50]$



Contoh Kurva Pertumbuhan

- ▶ Fungsi keanggotaan himpunan TUA pada variabel umur seperti pada gambar

$$\begin{aligned}\mu_{TUA}[50] &= 1 - 2((60-50)/(60-35))^2 \\ &= 1 - 2(10/25)^2 \\ &= 0,68\end{aligned}$$



Representasi Kurva bentuk Lonceng (bell Curve)

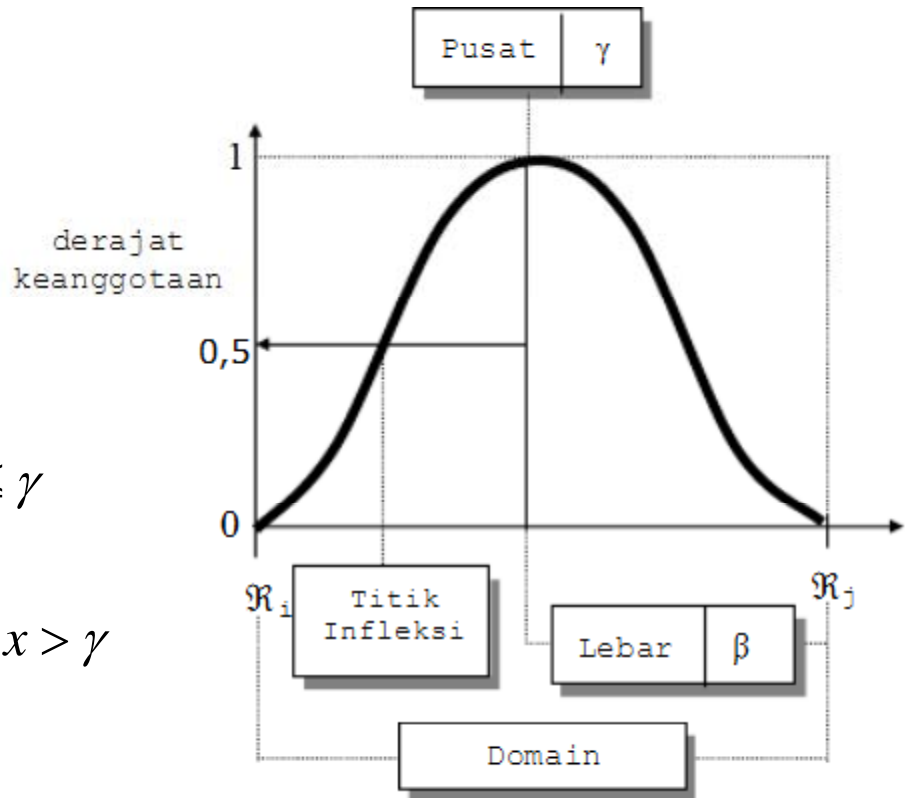
- ▶ Untuk merepresentasikan bilangan fuzzy, biasanya digunakan kurva berbentuk lonceng, terbagi atas 3 kelas, yaitu:
 - ▶ himpunan fuzzy pi,
 - ▶ Himpunan beta dan
 - ▶ Himpunan gauss.
- ▶ Perbedaan ketiga kurva ini terletak pd gradiennya.



Kurva PI

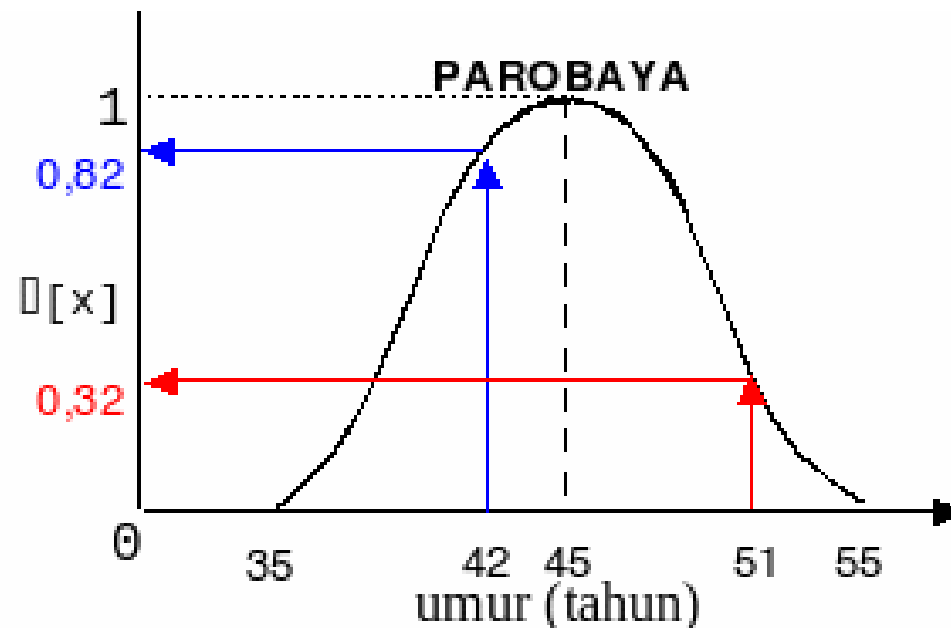
- ▶ Kurva PI berbentuk lonceng dengan derajat keanggotaan 1 terletak pada pusat dengan domain (γ), dengan lebar kurva (β), seperti pd gambar.

$$\Pi(x, \beta, \gamma) = \begin{cases} S\left(x; \gamma - \beta, \gamma - \frac{\beta}{2}, \gamma\right) \rightarrow x \leq \gamma \\ 1 - S\left(x; \gamma, \gamma + \frac{\beta}{2}, \gamma + \beta\right) \rightarrow x > \gamma \end{cases}$$



Contoh Keanggotaan Kurva PI

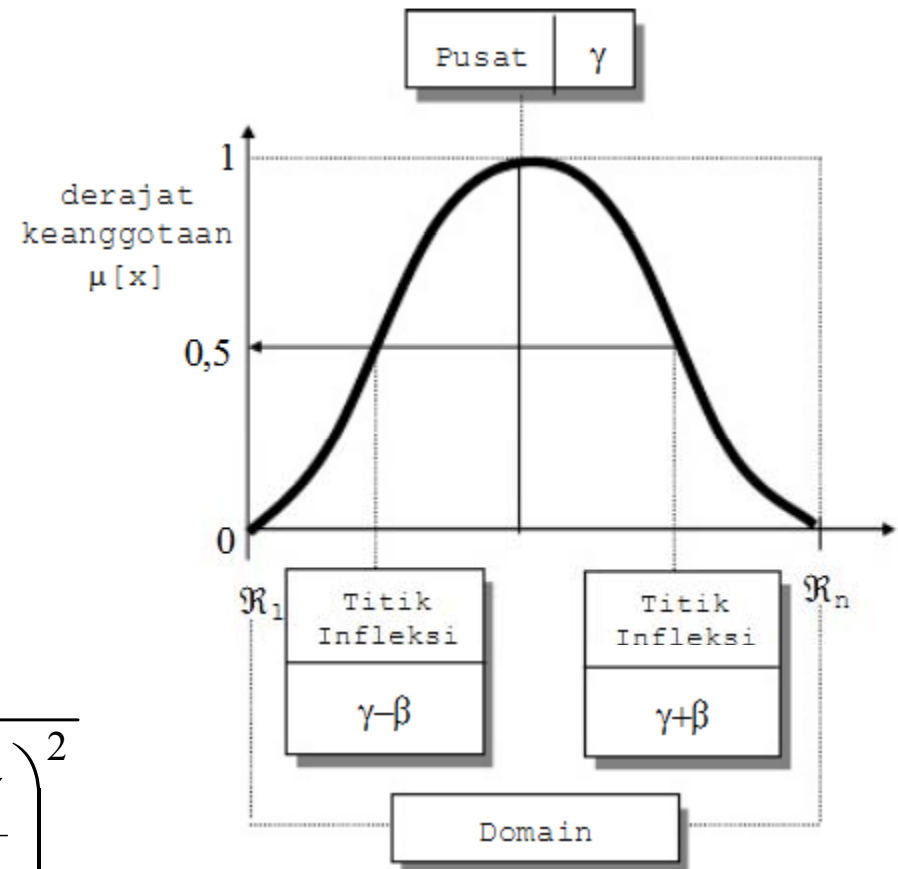
- ▶ Fungsi keanggotaan untuk himpunan SETENGAH BAYA / PARO BAYA pada variabel umur seperti terlihat pada gambar berikut :
- ▶ $\mu_{1/2BAYA}[42] = 1 - 2((45-42)/(45-35))^2 = 1 - 2(3/10)^2 = 0,82$
- ▶ $\mu_{1/2BAYA}[51] = 2((55-51)/(55-45))^2 = 2(4/10)^2 = 0,32$



Kurva Beta

- ▶ Seperti halnya kurva PI, kurva BETA juga berbentuk lonceng namun lebih rapat.
- ▶ Kurva ini juga didefinisikan dengan 2 parameter, yaitu nilai pada domain yang menunjukkan pusat kurva(γ), dan setengah lebar kurva(β), seperti gambar berikut:

$$B(x; \gamma, \beta) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x - \gamma}{\beta} \right)^2}$$

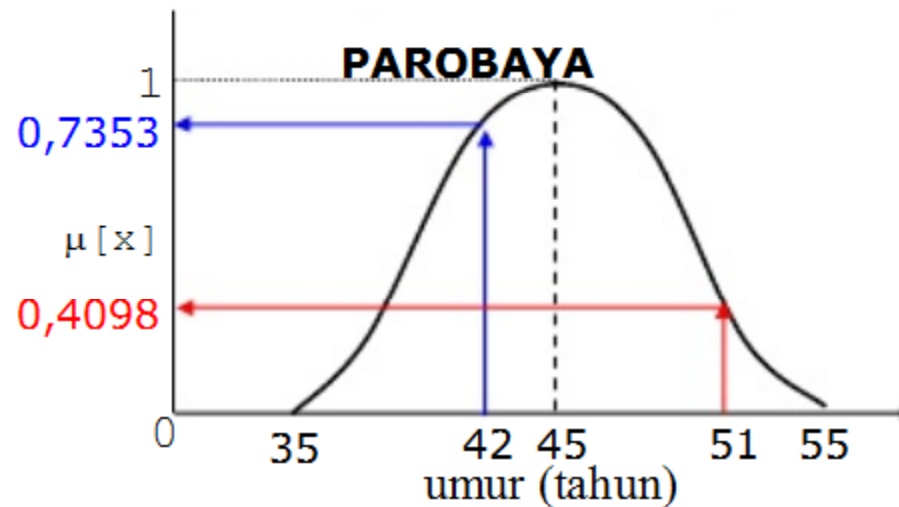


Contoh Kurva Beta

- ▶ Fungsi keanggotaan untuk himpunan SETENGAH BAYA pada variabel umur seperti pada gambar berikut:

$$\begin{aligned}\mu_{1/2\text{BAYA}}[42] &= 1/(1+((42-45)/5)^2) \\ &= 0,7353\end{aligned}$$

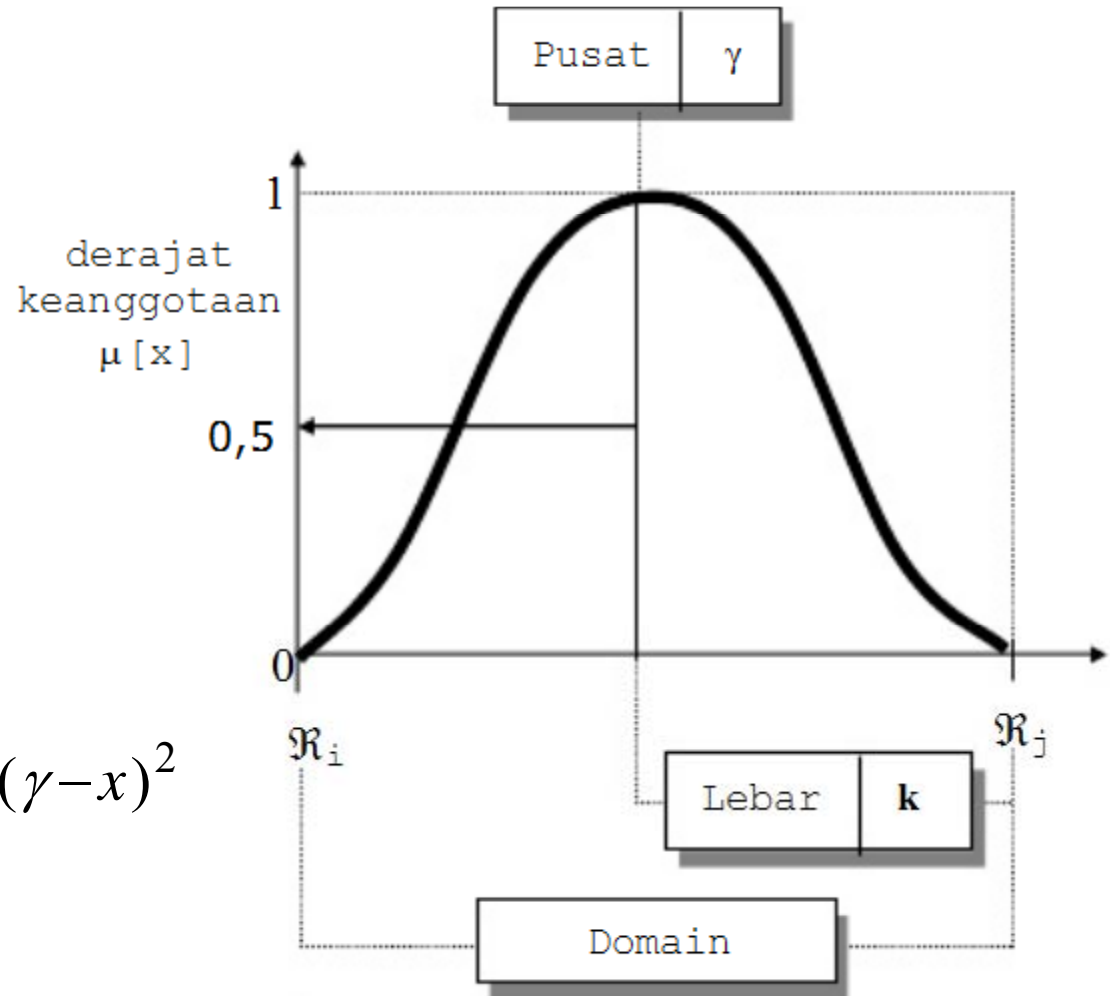
$$\begin{aligned}\mu_{1/2\text{BAYA}}[51] &= 1/(1+((51-45)/5)^2) \\ &= 0,4098\end{aligned}$$



Kurva Gauss

- ▶ Jika kurva PI dan kurva BETA menggunakan 2 parameter yaitu (γ) dan (β) kurva Gauss juga menggunakan (γ) untuk menunjukkan nilai domain pada pusat kurva, dan (k) untuk menunjukkan lebar kurva, seperti pada gambar.

$$G(x; k, \gamma) = e^{-k(\gamma-x)^2}$$



Koordinat keanggotaan

- ▶ Himpunan Fuzzy berisi urutan pasangan berurutan yang berisi nilai domain dan kebenaran nilai keanggotaan dalam bentuk Skalar(i)/Derajat(i).
- ▶ Sekalar adalah suatu nilai yg digambar dari domain himp fuzzy.
- ▶ Derajat skalar merupakan derajat keanggotaan himpunan fuzzynya.
- ▶ Skalar dapat dispesifikasikan berdasarkan beberapa pesanan.
- ▶ Contoh : Himp Fuzzy yg diterapkan pd sistem asuransi yg akan menanggung resiko seorang pengendara kendaraan bermotor berdasarkan usianya, akan berbentuk 'U'. Koordinatnya dpt digambarkan dg 7 pasangan berurutan sbb:
16/1 21/.6 28/.3 68/.3 76/.5 80/.7 96/1

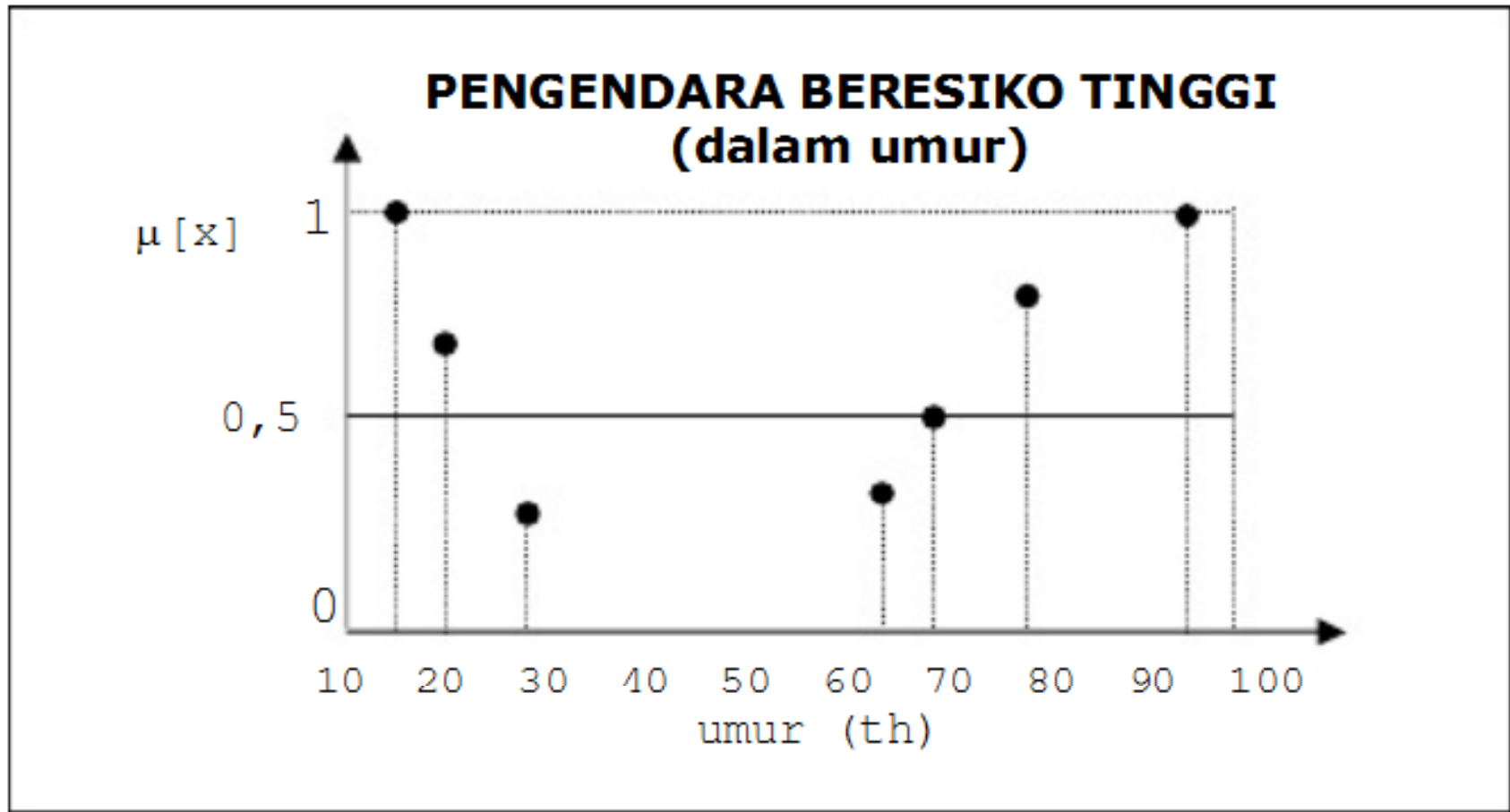


Koordinat keanggotaan

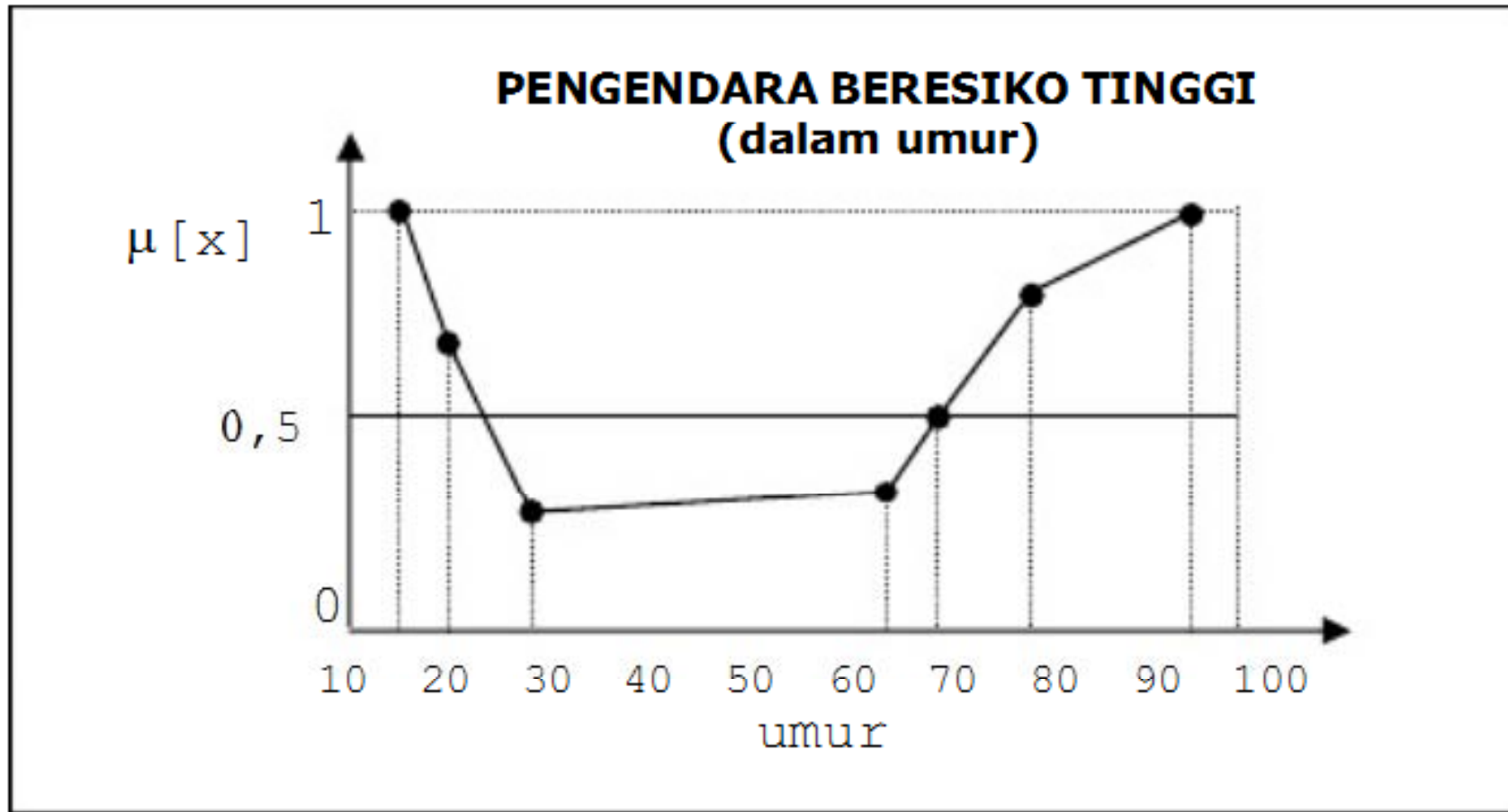
- ▶ Gambar berikut memperlihatkan koordinat yg menspesifikasikan titik2 sepanjang domain himp fuzzy.
- ▶ Semua titik harus ada di domain, dan paling sedikit harus ada satu titik yg memiliki nilai kebenaran sama dengan 1.
- ▶ Apabila titik2 tersebut telah digambarkan, maka digunakan interpolasi linier untuk mendapatkan permukaan fuzzynya, seperti gambar kedua.



Contoh koordinat keanggotaan



Contoh koordinat keanggotaan – Interpolasi Linier



OPERATOR DASAR ZADEH UNTUK OPERASI HIMPUNAN FUZZY

OPERATOR DASAR ZADEH UNTUK OPERASI HIMPUNAN FUZZY

- ▶ Seperti halnya himpunan konvensional, ada beberapa operasi yang didefinisikan secara khusus untuk mengkombinasi dan memodifikasi himpunan fuzzy.
- ▶ Nilai keanggotaan sebagai hasil dari operasi 2 himpunan sering dikenal dengan nama *fire strength* atau α -predikat.
- ▶ Ada 3 operator dasar yang diciptakan oleh Zadeh, yaitu:
 - ▶ **Operator AND**
 - ▶ **Operator OR**
 - ▶ **Operator NOT**



-
- ▶ Operator ini berhubungan dengan operasi interseksi pada himpunan.
 - ▶ α -predikat sebagai hasil operasi dengan operator AND diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terkecil antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.
 - ▶ **Rumus α -predikat**

$$\alpha - \text{predikat} = \mu_{A \cap B} = \min(\mu_A[x], \mu_B[y])$$



Contoh penggunaan Operator AND

- ▶ Misalkan nilai keanggotaan 27 tahun pada himpunan MUDA adalah 0,6 ($\mu_{\text{MUDA}}[27]=0,6$); dan nilai keanggotaan Rp 2.000.000,- pada himpunan penghasilan TINGGI adalah 0,8

($\mu_{\text{GAJITINGGI}}[2 \times 10^6]=0,8$);

- ▶ Maka α -predikat untuk usia MUDA **dan** berpenghasilan TINGGI adalah:

$$\begin{aligned}\mu_{\text{MUDAGAJITINGGI}} &= \min(\mu_{\text{MUDA}}[27], \mu_{\text{GAJITINGGI}}[2 \times 10^6]) \\ &= \min(0,6; 0,8) \\ &= 0,6\end{aligned}$$



Operator OR

- ▶ Operator ini berhubungan dengan operasi union pada himpunan.
- ▶ α -predikat sebagai hasil operasi dengan operator OR diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan terbesar antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.
- ▶ Rumus α -predikat :
$$\alpha\text{-predikat} = \mu_{A \cup B} = \max(\mu_A[x], \mu_B[y])$$



Contoh OR

- ▶ Misalkan nilai keanggotaan 27 tahun pada himpunan MUDA adalah 0,6 ($\mu_{\text{MUDA}}[27]=0,6$); dan nilai keanggotaan Rp 2.000.000,- pada himpunan penghasilan TINGGI adalah 0,8 ($\mu_{\text{GAJITINGGI}}[2 \times 10^6]=0,8$);
- ▶ Maka α -predikat untuk usia MUDA **atau** berpenghasilan TINGGI adalah :
- ▶ $\mu_{\text{MUDA OR GAJITINGGI}} = \max(\mu_{\text{MUDA}}[27], \mu_{\text{GAJITINGGI}}[2 \times 10^6])$
- ▶ $= \max(0,6; 0,8)$
- ▶ $= 0,8$
- ▶



Operator NOT

- ▶ Operator ini berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan.
- ▶ α -predikat sebagai hasil operasi dengan operator NOT diperoleh dengan mengurangkan nilai keanggotaan elemen pada himpunan yang bersangkutan dari 1.
- ▶ Rumus α -predikat :
- ▶ $\mu_{A'} = 1 - \mu_A[x]$
- ▶ $\mu_{B'} = 1 - \mu_B[Y]$



Contoh NOT

- ▶ Misalkan nilai keanggotaan 27 tahun pada himpunan MUDA adalah 0,6 ($\mu_{\text{MUDA}}[27]=0,6$); dan nilai keanggotaan Rp 2.000.000,- pada himpunan penghasilan TINGGI adalah 0,8 ($\mu_{\text{GAJITINGGI}}[2 \times 10^6]=0,8$);
- ▶ α -predikat untuk usia TIDAK MUDA adalah :

$$\begin{aligned}\mu_{\text{MUDA}'}[27] &= 1 - \mu_{\text{MUDA}}[27] \\ &= 1 - 0,6 \\ &= 0,4\end{aligned}$$

α -predikat untuk penghasilan TIDAK TINGGI adalah :

$$\begin{aligned}\mu_{\text{TINGGI}'}[2 \times 10^6] &= 1 - \mu_{\text{TINGGI}}[2 \times 10^6] \\ &= 1 - 0,8 \\ &= 0,2\end{aligned}$$



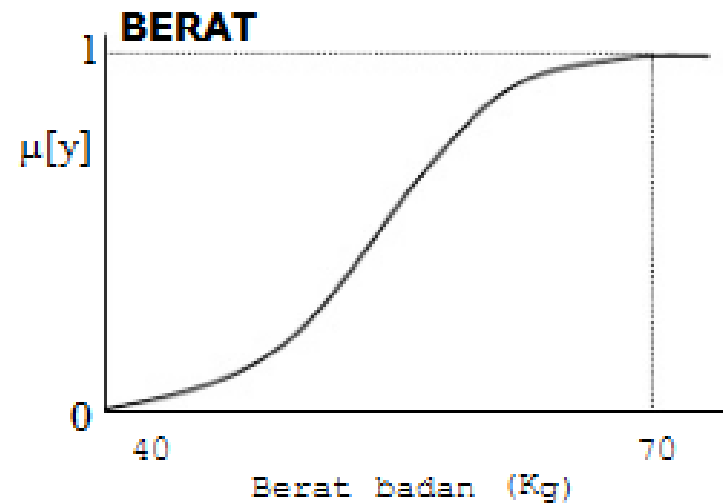
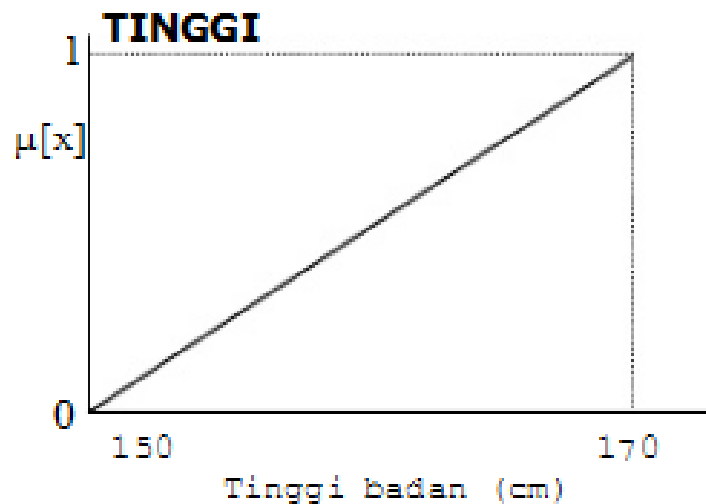
PENALARAN MONOTON

- ▶ Metode penalaran secara monoton digunakan sebagai dasar untuk teknik implikasi fuzzy.
- ▶ Meskipun penalaran ini sudah jarang sekali digunakan, namun terkadang masih digunakan untuk penskalaan fuzzy.
- ▶ Jika 2 daerah fuzzy direlasikan dengan implikasi sederhana sebagai berikut:
IF x is A THEN y is B
- ▶ transfer fungsi:
 $y = f((x,A),B)$
- ▶ maka sistem fuzzy dapat berjalan tanpa harus melalui komposisi dan dekomposisi fuzzy.
- ▶ Nilai output dapat diestimasi secara langsung dari nilai keanggotaan yang berhubungan dengan antesedennya.
- ▶ Jika sistem terdiri-dari beberapa aturan, maka inferensi diperoleh dari kumpulan dan korelasi antar aturan.



Penalaran Monoton

- ▶ Misalkan ada 2 himpunan fuzzy: TINGGI (menunjukkan tinggi badan orang Indonesia) dan BERAT (menunjukkan berat badan orang Indonesia) seperti terlihat pada Gambar.



Penalaran Monoton

- ▶ Relasi antara kedua himpunan diekspresikan dengan aturan tunggal sebagai berikut:

IF TinggiBadan is TINGGI THEN BeratBadan is BERAT

- ▶ Implikasi secara monoton akan menyeleksi daerah fuzzy A dan B dengan algoritma sebagai berikut:
 - ▶ Untuk suatu elemen x pada domain A, tentukan nilai keanggotannya dalam daerah fuzzy A, yaitu: $\mu_A[x]$;
 - ▶ Pada daerah fuzzy B, nilai keanggotaan yang berhubungan dengan menentukan permukaan fuzzy-nya.
 - ▶ Tarik garis lurus ke arah domain. Nilai pada sumbu domain, y , merupakan solusi dari fungsi implikasi tersebut. Dapat dituliskan:

$$y_B = f(\mu_A[x], D_B)$$



Contoh

- ▶ Gambar berikut menunjukkan kerja algoritma tersebut. Seseorang yang memiliki tinggi badan 165 cm, memiliki derajat keanggotaan 0,75 pada daerah fuzzy TINGGI; diperoleh dari:

$$\begin{aligned} \mu_{\text{TINGGI}}[165] &= (165 - 150)/(170 - 150) \\ &= 15/20 \\ &= 0,75 \end{aligned}$$

- ▶ Nilai ini dipetakan ke daerah fuzzy BERAT yang akan memberikan solusi berat badan orang tersebut yaitu 59,4 kg; diperoleh dari:

$$\mu_{\text{BERAT}}[y] = S(y; 40,55,70) = 0,75$$

- ▶ Karena $0,75 > 0,5$ maka letak y adalah antara 52,5 sampai 70, sehingga:

$$1 - 2[(70 - y)/(70 - 40)]^2 = 0,75$$

$$1 - 2(70 - y)^2/900 = 0,75$$

$$2(70 - y)^2/900 = 0,25$$

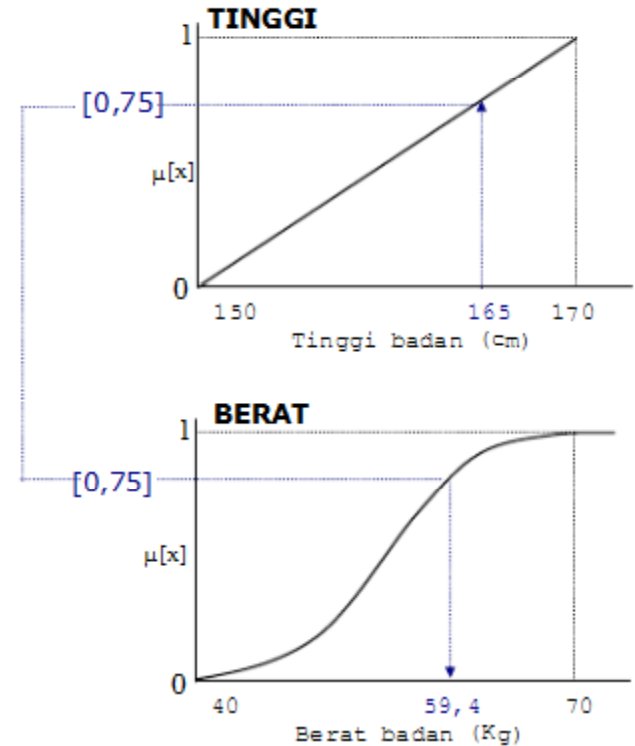
$$(70 - y)^2 = 112,5$$

$$(70 - y) = \pm \text{SQRT}(112,5)$$

$$y = 70 \pm 10,6 \rightarrow \text{ambil (-) nya, karena nilainya harus } < 70$$

$$y = 70 - 10,6 = 59,4$$

▶



$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = \begin{cases} 0 \rightarrow x \leq \alpha \\ 2((x - \alpha)/(\gamma - \alpha))^2 \rightarrow \alpha \leq x \leq \beta \\ 1 - 2((\gamma - x)/(\gamma - \alpha))^2 \rightarrow \beta \leq x \leq \gamma \\ 1 \rightarrow x \geq \gamma \end{cases}$$

▶

FUNGSI IMPLIKASI

- ▶ Tiap-tiap aturan (proposisi) pada basis pengetahuan fuzzy akan berhubungan dengan suatu relasi fuzzy. Bentuk umum dari aturan yang digunakan dalam fungsi implikasi adalah:

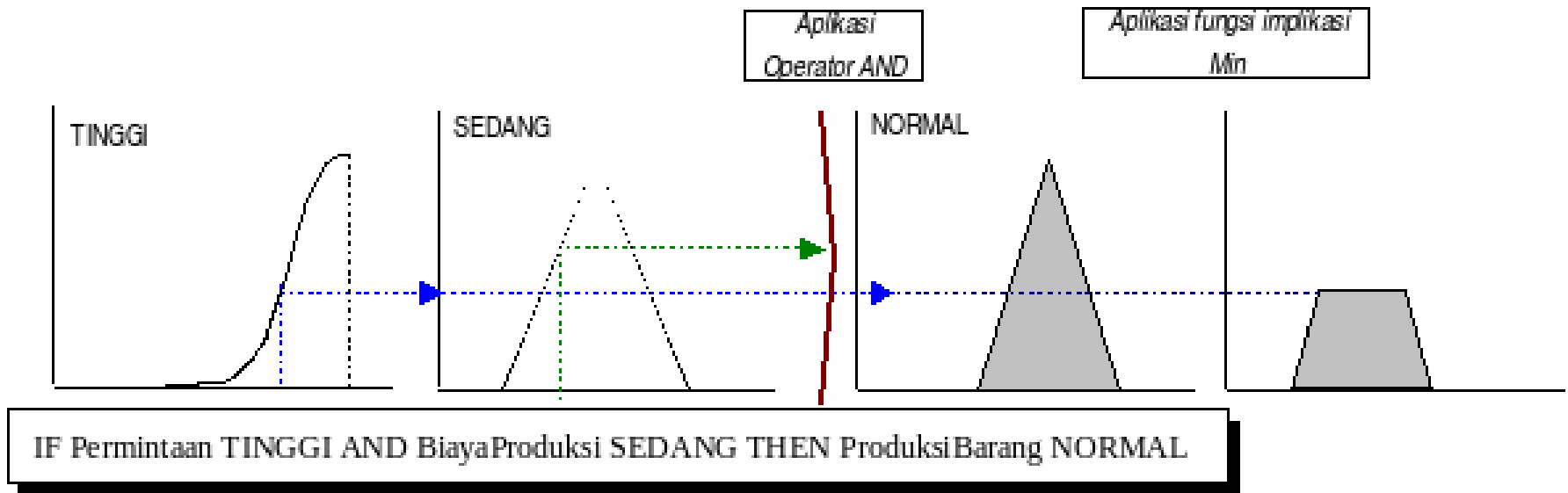
IF x is A THEN y is B

- ▶ Secara umum, ada 2 fungsi implikasi yang dapat digunakan, yaitu:
 - ▶ **Min** (*minimum*)
 - ▶ **Dot** (*product*)



Min (*minimum*)

- ▶ Fungsi ini akan memotong output himpunan fuzzy. Gambar berikut menunjukkan salah satu contoh penggunaan fungsi min.



Dot (*product*)

- ▶ **Dot (*product*)**. Fungsi ini akan menskala output himpunan fuzzy. Gambar berikut menunjukkan salah satu contoh penggunaan fungsi dot.

